Dr. Edith Tönies

"NEUE" FRAGEN ZU "ALTEN" AUFGABEN

1. Neue Intentionen des Oberstufenlehrplans

Die Schwerpunkte des neuen Oberstufen-Lehrplans für Mathematik liegen nicht in einer Überfülle von neuem Lehrstoff, der durchzunehmen wäre - dieser hält sich in Grenzen (zB: Wirtschaftsmathematik, Untersuchen vernetzter Systeme). Die Schwerpunkte liegen viel mehr in einem bisher nicht betonten und daher vielfach nicht in den Unterrichtsalltag übergeführten U m g a n g mit den inhaltlich nicht essentiell vom alten Lehrplan abweichenden Inhalten.

In dieser Situation liegt eine große Gefahr, die die Durchsetzung der neuen Lehrplanintentionen schwieriger macht als es das Einführen einer wesentlich größeren Anzahl neuer Themenkreise gemacht hätte: Denn - wie soll die Lehrerschaft mit den vertrauten Inhalten neu umgehen, wenn sie durch jahre- oder jahrzentelang geübte Traditionen an "alte" Umgangsweisen mit dem Stoff gewöhnt ist eine auf die neuen Ziele ausgerichtete Lehrerfortbildung derzeit kaum stattfindet und manche Lehrbücher sich größtenteils auf die "alten" Sichtweisen stützen?

Was sind diese neuen Sichtweisen im Detail?

Im Lehrplan werden nach jedem Lernstoffkapitel - in Klammern und mit Pfeil versehen - die Intentionen angführt, die eine Rechtfertigung dafür angeben, aus welchem Grund der genannte Lernstoff überhaupt durchgenommen werden soll. Das dafür verwendete Vokabular ist in der Tabelle 1 angeführt.

Tabelle 1

L e h r p l a n i n t e n t i o n e n

Grundlegende Kenntnisse, Fertigkeiten, Fähigkeiten, Einsichten
Darstellen, Interpretieren
Argumentieren
Kritisches Denken
Reflektieren über Mathematik
Exaktes Arbeiten
Produktives Arbeiten
Anwenden von Matehmatik
Vertiefte Kenntnisse, vertiefte Einsichten
Erkennen logischer Strukturen

Untersucht man die Häufigkeiten, mit denen die Lehrplanintentionen im neune Oberstufenlehrplan auftreten, so gelangt man zu folgenden Ergebnissen:

Tabelle 2

Häufigkeit der im Lehrplan angeführten Intentionen, aufgeschlüsselt nach Klassen (Prozente der Nennungen pro Klasse in Klammern)

Intention	K l a s s e				gesamt
	5.	6.	7.	8.	
Grundlagen	20 (25)	13 (23)	12 (25)	5 (21)	50 (24)
Darstellen Interpretieren	16 (20)	6 (11)	6 (13)	1 (4)	29 (14)
Argumentieren	8 (19)	5 (9)	7 (15)	5 (21)	25 (12)
Kritisches Denken	5 (6)	5 (9)	2 (4)	0 (0)	12 (6)
Reflektieren über Math.	3 (4)	4 (7)	4 (8)	2 (8)	13 (6)
Exaktes Arbeiten	10 (13)	7 (13)	4 (8)	3 (13)	24 (12)
Produktives Arbeiten	8 (10)	6 (11)	4 (8)	2 (8)	20 (10)
Anwenden	8 (10)	7 (13)	7 (15)	5 (21)	27 (13)
Vertiefte Kenntisse u. Einsichten	0 (0)	2 (4)	1 (2)	1 (4)	4 (2)
Erkennen logischer Strukturen	1 (1)	0 (0)	1 (2)	0 (0)	2 (1)
S u m m e	79 (100)	55 (100)	48 (100)	24 (100)	206 (100)

Wie ersichtlich, wurden in Tabelle 2 die "GRUNDLAGEN" zu einer Gruppe zusammengefaßt und umfassen Kenntisse, Einsichten, Fähigkeiten, Fertigkeiten. Diese Lehrplanhinweise machen sowohl insgesamt als auch nach Klassen aufgeschlüsselt etwa ein Viertel aller Hinweise aus.

Eine weitere Gruppe sind die Hinweise, die den Schüler nicht oder nur zu einem Teil zum "Rechnen" im engeren Sinn bringen sollen, sondern ihm eine v e r b a l e Stellungnahme abfordern:

DARSTELLEN, INTERPRETIEREN
ARGUMENTIEREN
REFLEKTIEREN ÜBER MATHEMATIK.

Diese Gruppe von Hinweisen macht zusammen etwa ein D r i t t e l der Gesamtmenge der Hinweise aus. Dies gilt nicht nur insgesamt gesehen sondern auch für jede einzelne Klasse. Nimmt man weitere Formulierungen, die zumindest teilweise eine verbale Stellungnahme des Schülers erforderlich machen, hinzu, wie z.B. "KRITISCHES DENKEN" und "ANWENDEN", so ergeben sich knapp über 50% der Lehrplanhinweise als "verbal belastet". Es wird daraus verständlich, daß ein Unterricht, der den Schwerpunkt im "Berechnen" von was auch immer setzt, diesen Lehrplanforderungen n i c h t genügt.

2. Umgang mit "Sprache" im Mathematikunterricht

Schon immer wurde im Mathematikunterricht mit den Schülern geredet und sie hatten im Unterricht Gelegenheit, selbst das Wort zu ergreifen. Die Lehrplanforderungen gehen aber über diese selbstverständliche Umgangsweise von Menschen mit Menschen in wesentlichen Punkten hinaus:

Erstens ist neben der im Unterricht verwendeten Sprache die "Fachsprache" im engeren Sinn einzusetzten. Darunter ist die Sprache zu verstehen, in der Definitionen und Lehrsätze abgefaßt werden und die in erster Linie in der mathematischen Fachliteratur Verwendung findet. Sie wird im allgemeinen von den Schülern nur unter Zwang benützt und nur von einigen in ihrer Sinnhaftigkeit durchschaut.

Zweitens ist eine Sprachform zu finden, in der die Schüler den Lehrplanforderungen des "ARGUMENTIERENS", des "REFLEKTIERENS" und des "INTERPRETIERENS" nachzukommen haben. Hier liegen neue Aufgabenbereiche und neue Forderungen an die didaktischen Fähigkeiten der Kollegenschaft vor, die bisher im Unterricht eine untergeordnete Rolle gespielt haben. Vor allem bedeutet diese Forderung ja nicht nur den bewußten Einsatz der Sprache im Unterrricht, sondern a u c h in Prüfungssituationen. Damit ist diese Spracjform, die in einigen Eigenschaften von der Fachsprache abweichen muß, nicht nur Unterrichts m i t t e l, sondern auch Unterrichts i n h a l t.

Im folgenden soll an einigen Beispiel gezeigt werden, wie es denkbar ist, die Lehrplanforderungen"ARGUMENTIEREN" etc. in Prüfungssituationen zu verwirklichen und welche Formulierungen die Schüler dabei verwenden. Abschließend soll dann noch auf die linguistische Sichtweise der verwendeten Sprachform eingegangen werden.

3. Sprachliche Schüleräußerungen bei Schularbeiten

a) O b e r s t u f e

Die in diesem Abschnitt angeführten Beispiele sind Bestandteile von Schularbeitstexten aus dem Schuljahr 1990/91. Es wird jeweils der gesamte Schularbeitstext vorgelegt, um auch den Anteil dieser derzeit noch nicht ganz selbstverständlichen Aufgaben an der gesamten Schularbeit abschätzen zu können.

1. Beispiel: 4. Schularbeit in einer sechsten Klasse ORG, (zweistündige Schularbeit)

1. Gegeben ist die Ebene: $\varepsilon: X = \begin{pmatrix} -4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -3 \\ -5 \\ 4 \end{pmatrix}$

   a) Führe die Ebenengleichung in die Hauptform über.
   b) Wandle die Hauptform erneut in die Parameterdarstellung um.
   c) Erkläre mit Worten u n d mit Hilfe einer Skizze, wie die unterschiedlichen Parameterdarstellungen ein und derselben Ebene zustandekommen.

2. Gegeben sind eine Ebene ($3x + y - 2z = 8$) und die Gerade

$$X = \begin{pmatrix} -4 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix} + t\cdot\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

   a) Berechne die Koordinaten des Durchastoßpunktes.
   b) Zeichne das Spurdreieck der Ebene, die Gerade und den Durchstoßpunkt in ein Koordinatensystem.
   c) überprüfe, ob der Punkt A(-1/1/0) auf der Ebene oder auf der Geraden liegt.
   d) Wähle die x-Koordinate des Punktes B(x/-4/-3) derart, daß der Punkt auf der Ebene liegt.

3. a) Skizziere, welche verschiedenen gegenseitigen Lagen zwei Ebenen im Raum haben können.
   b) Untersuche die Lagebeziehung der beiden Ebenen:

$$\varepsilon_1: 3x - y - z = 4 \qquad \varepsilon_2: \quad X = \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

   c) Gib zu jeder der beiden Ebenen eine normale Gerade an, die durch den Punkt C(-5/1/3) verläuft.

4. a) $a_1 = -5$, $a_5 = 3{,}4$ sind Gleider einer arithmetischen Folge. Berechne die Summe der ersten 42 Folgenglieder.
   b) Zeige, daß die Zahlen 24,4; 48,8; 73,2 eine arithmetische, aber keine geometrische Folge bilden.
   c) Berechne die ersten fünf Folgenglieder der Folge

$$\left\langle \frac{2n-3}{2n+1} \right\rangle$$

   und untersuche, ob die Folge streng monoton wächst

Der Schularbeitstext enthält neben Aufgaben, die durchaus "traditionell" zu verstehen sind, Ergänzungen in Form von Zusatzfragen, die die neuen Lehrplanintentionen berücksichtigen: Nämlich eine Aufgabe ausschließlich zum "DARSTELLEN" (3a), weiters eine Aufgabe zum "ARGUMENTIEREN" und zum "DARSTELLEN" (1c) und eine Aufgabe zum "PRODUKTIVEN ARBEITEN" (3c). Die Schüler haben sich in folgender Weise der gestellten Aufgaben entledigt:

zu 1c:

Ich hatte mir die Skizze einer Ebene erwartet, in der von zwei verschiedenen Punkten ausgehend je zwei Stellungsvektoren gezeichnet würden. Dies wurde von zwei Schülern auch richtig durchgeführt, 2 Schüler haben gar nichts gezeichnet, die restlichen jeweils nur einen Punkt mit zwei von ihm ausgehenden Vektoren.

Weiters hatte ich erhofft, die Schüler würden in ihren Erklärungen darauf Bezug nehmen, daß die Wahl des Punktes beliebig ist, daß die gegebenen Stellungsvektoren verlängert (oder verkürzt oder "umgedreht") werden können, daß andere Stellungsvektoren benützt werden können. Der Begriff der linearen Abhängigkeit und Unabhängigkeit war im Unterricht nicht verwendet worden, wohl aber hatten wir uns davon überzeugt, daß man mit "zwei parallelen Stellungsvektoren" nicht alle Punkte einer Ebene beschreiben kann.

Meine Erwartungen zu den "beliebigen Punkten der Ebene" wurden erfüllt: zwei Drittel der Klasse führte diesen Punkt an. Dazu kamen noch brauchbare Antworten von zwei Schülern, die - sehr einschränkend - die im Text genannten "unterschiedlichen Parameterdarstellungen" auf die in 1a) und 1b) verwendeten bezogen: Sie meinten, wenn man beim Punkt die x- und y-Koordinate mit Null ansetzt, bekommt man eben einen anderen Punkt der Ebene als denjenigen, der in der Angabe steht. Die Argumentation für die Stellungsvektoren erfolgte analog. Diese Antworten wurden von mir als richtig bewertet. Damit hatten alle Schüler - bis auf eine Schülerin, die auf die Beantwortung der Frage 1c) überhaupt verzichtet hatte - die Rolle des "Punktes" in der Parameterdarstellung richtig beschrieben.

Bei den Vektoren sah dies anders aus: Hier fanden sich nur zwei wirklich befriedigende Antworten. Die meisten Schüler gaben nur ein Verlängern etc. der schon gegebenen Stellungsvektoren an.

Abschließend einige Zitate aus den Schülerantworten zur Aufgabe 1c):

"Es gibt auf einer Ebene viele Punkte, von denen die Stellungsvektoren ausgehen könnten. Man kann mit Hilfe von Verlängern und Verkürzen jeden anderen Punkt in der Ebene finden und es ist egal, von welchem Punkt man ausgeht."

"Der Punkt ist beliebig und die Stellungsvektoren könenn nach Belieben addiert, subtrahiert, multipliziert und dividiert werden."

"Weil immer auf alle Fälle $x = 0 + 1s + 0t$ und
$y = 0 + 0s + 1t$ rauskommt --> so
gibt es automatisch andere Punkte + Stellungsvektoren."

Die Aufgabe 3a) mit der Frage nach dem DARSTELLEN verschiedener Lagen zweier Ebenen wurde von 78% der Schüler richtig durchgeführt. Eine Schülerin zeichnete gar nichts und eine meinte, daß zwei schräg übereinander liegende Ebenen (symbolisiert durch zwei Rechtecke) "keine Beziehung" zu einander hätten. In diesem Fall wurde offensichtlich das endliche Symbol für die Ebene - nämlich ein im Schrägriß gezeichnetes Rechteck - für die gesamte Ebene genommen und übersehen, daß die Ebene unbegrenzt vorzustellen ist. Einen ähnlichen Irrtum beging diese und auch eine weitere Schülerin bei Aufgabe 3b), wo die Lagebeziehung zweier Ebenen festzustellen war. Die Rechnungen wurden zwar richtig durchgeführt, das Ergebnis aber dann im genannten Sinn fehlinterpretiert: Im Antwortsatz war zu lesen, daß die beiden Ebenen "keine" Beziehung zu einander hätten.

Aufgabe 3c) zum PRODUKTIVEN ARBEITEN (Aufstellen der Gleichungen zweier Geraden, die auf Ebenen senkrecht stehen) wurde von allen Schülern richtig gelöst.

Bei einer anderen Schularbeit im Schuljahr 1990/91 wurde der schon genannten 6. Klasse ORG die folgende Aufgabe zum ARGUMENTIEREN gestellt: "Gib die Aussage des Sinussatzes in eigenen Worten wieder." Dazu einige Zitate aus den Antworten und ihre Beurteilung:

"Wenn man die Seiten a,b,c durch den Sinus des gegenüberliegenden Winkels dividiert, so erhält man das gleiche Ergebnis."
Beurteilung: richtig.

"Der Sinussatz besagt, daß man die Seite durch den gegenüberliegenden Winkel dividiert und eine andere Seite auch durch den gegenüberliegenden Winkel dividiert, bekommt man die gleiche Lösung."
Beurteilung: nur zum Teil richtig, weil 1. "Sinus des" vor "Winkel" fehlt und das fehlende "wenn" zwischen "daß" und "man" sehr sinnstörend wirkt.

"Wenn man eine Dreieckseite durch den Sinus des gegenüberliegenden Winkels dividiert, erhält man bei jeder Dreieckseite das gleiche Ergebnis."
Beurteilung: richtig.

"Gilt im Dreieck: Wenn man eine Dreieckseite durch den Sinus ihres gegenüberliegenden Winkels dividiert, so erhält man immer die gleiche Zahl."
Beurteilung: richtig.

b) U n t e r s t u f e

Eine Aufgabe des Unterstufenunterrichts ist darin zu sehen, die Schüler auf die Anforderungen der Oberstufe vorzubereiten. Darin ist neben den zu fordernden "GRUNDLEGENDEN KENNTNISSEN, FÄHIGKEITEN und FERTIGKEITEN" auch die Schulung im "ARGUMENTIEREN" etc. zu verstehen. Dazu:

2. Beispiel: 4. Schularbeit in einer 2. Klasse AHS, Schuljahr 1990/91:

1. Gegeben ist ein rechtwinkliges Dreieck mit $c = 12\text{cm}$, $a = 3{,}8\text{cm}$, $\gamma = 90°$.

   a) Konstruiere das Dreieck.
   b) Zeichne den Umkreis ein.
   c) Gib die Länge des Umkreisradius an.
   d) Gib an, welche besondere Lage der Umkreismittelpunkt in einem rechtwinkeligen Dreieck hat.

2. Gegeben ist ein Dreieck: $b = 8\text{cm}$, $\alpha = 105°$, $a = 6\text{cm}$.
   a) Gib zwei Gründe an, warum du dieses Dreieck nicht konstruieren kannst.
   b) Ändere e i n e Angabe so ab, daß das Dreieck gezeichnet werden kann.
   c) Zeichne das Dreieck mit deiner Änderung.

3. Löse die Gleichungen:

$$x - 9 = 26 \qquad 3x + 1 = 19 \qquad \frac{x}{2} - 4 = 22 \qquad \frac{2x}{3} = 5$$

4. a) Wenn man von einer Zahl drei Achtel dieser Zahl subtrahiert, so erhält man 15.
   Stelle zu diesem Text eine Gleichung auf und löse sie.
   b) Erfinde zur Gleichung $2x - 5 = 21$ einen Text und löse die Gleichung. Führe dazu eine Probe durch.

Aufgabe 2a besteht darin, daß die Schüler zwei Gründe anführen sollten, warum das gegebene Dreieck nicht zu zeichnen ist. Dies ist eine typische Aufgabe, die das "KRITISCHE DENKEN" fördern soll. Sie brachte ca. drei Viertel richtige Lösungen.

Die Lösung der Aufgabe 2b gibt dann dem Schüler Gelegenheit zum "PRODUKTIVEN ARBEITEN". Der Schüler muß ja selbständig eine lösbare Angabe finden. Hier waren zwei Drittel der Schüler erfolgreich.

Genauso ist die Aufgabe 4b eine Aufgabe zum "PRODUKTIVEN ARBEITEN". Hier liegt auch ein Beispiel vor, bei dem ersichtlich wird, daß es eine Selbstverständlichkeit sein kann, einem Schüler eine sprachliche Leistung abzuverlangen. Die Aufgabe wurde von drei Viertel der Klasse richtig gelöst.

Schließlich ist Aufgabe 1d eine Aufgabe zum INTERPRETIEREN. Der offensichtliche geometrische Zusammenhang muß ja in Worten wiedergegeben werden. Ca. zwei Drittel der Schüler waren dazu einwandfrei in der Lage.

Abschließend einige Schülerantworten - teils falsch, teils richtig - auf die einzelnen Fragen:

zu 1d):

* "Der Umkreismittelpunkt ist genau in der Mitte der Seite c."
* "Er ist immer auf der c-Linie. Dort liegt er in der Mitte der Linie."
* "Umkreismittelpunkt = Hälfte der Strecke c."

* "Der Umkreismittelpukt liegt genau in der Mitte."

* "Der Mittelpukt liegt auf dem Platz des Thaleskreises."

zu 2a):
* "Weil der Winkel Alpha zu groß ist.
Weil die Seite a zu kurz ist."

* "Es würden zwei Dreiecke ohne Seite c entstehen.
"Weil die Seiten auseinandergehen würden."

zu 4b):

* "Vom Doppelten einer Zahl muß man 5 subtrahieren, dann erhält man 21."
* "Wenn man von dem Doppelten einer Zahl 5 subtrahiert, erhält man 21."
* "Wenn man von 21 2x subtrahiert, erhält man 5."

4. Vorschläge für Aufgaben zum Argumentieren, Interpretieren etc.

Es folgt nun eine Reihe von Vorschlägen, wie traditionelle Aufgabenstellungen an den neuen Lehrplan adaptiert oder durch zusätzliche Fragestellungen in diesem Sinn erweitert werden könnten. Sie sollen als Anregung und Diskussionsgrundlage verstanden werden.

1. Beispiel:

"Ermittle die Gleichung der Tangente im Punkt P(a/f(a)) des Graphen der Funktion f: R-->R, x-->f(x)! Zeichne den Graphen mit den Tangenten.

$$f: x \longrightarrow -\frac{1}{3}x^2 + 7 \;; \quad a = -6;\ 0;\ 3.\text{"}$$

Zum ARGUMENTIEREN: " Erkläre, wie es möglich ist, die Steigung der Tangente aus der Funktionsgleichung zu ermitteln."

Zum DARSTELLEN: "Welche Vorteile und/oder Nachteile haben für dich die im Beispiel verwendeten Darstellungsformen

* Funktionsgleichung
* Wertetabelle
* graphische Darstellung?

Hier könnte man auch das REFLEKTIEREN ÜBER MATHEMAITK aufgreifen. Zum Beispiel: Der Mensch als "Augenwesen" greift gern zu einer Graphik.

Zum ANWENDEN der Steigung der Tangente:

1. innermathematisch: Bilden von Ableitungen einer Funktion
2. "außermathematisch: bei Extremwertaufgaben: Minimierung von Materialaufwand
3. rückblickend (auch vom Schüler durchzuführen): "Stelle eine Liste auf, die die für die gelöste Aufgabe nötigen Vorkenntnisse enthält." Diese Frage verlangt vom Schüler das Durchführen einer Aufgabenanalyse und das Zurückführen seiner Rechenarbeit auf GRUNDLEGENDE KENNTNISSE.

2. Beispiel:

Die folgende, aus einer sehr traditonellen Aufgabe umgeschriebene Aufgabenfolge enthält Gelegenheiten, fast alle der neuen Lehrplanforderungen zu verwirklichen.

Traditionelle Variante:

"Berechne: $\left(\sqrt{27} + \sqrt{12}\right)\cdot\sqrt{3} = \left(\sqrt{3\cdot 3^2} + \sqrt{3\cdot 2^2}\right)\cdot\sqrt{3} = 15$

Veränderung entsprechend dem neuen Lehrplan:

$$\text{"}\left(\sqrt[a]{b\cdot c^d} + \sqrt[e]{f\cdot g^h}\right)\cdot\sqrt[i]{j} = ?$$

Vergrößere (verkleinere) der Reihe nach jede der Variablen schrittweise um 1 (führe jeweils 5 Schritte durch) und gib an, in welchen Fällen sich das Ergebnis vergrößert bzw. verkleinert. Gibt es nicht berechenbare Fälle?"

Diese Aufgabe wurde als Gruppenarbeit durchgeführt:
Jede Gruppe erhielt eine Variable zugeordnet und rechnete die fünf Vergrößerungs- und fünf Verkleinerungsschritte durch. Nicht berechenbare Fälle mußten begründet werden. Jede Gruppe stellte dann den anderen ihre Ergebnisse dar. Zeitaufwand: eine Unterrichtsstunde.

3. Beispiel:

Das "REFLEKTIEREN ÜBER MATHEMATIK" ist vermutlich besonders schwer in Prüfungssituationen vorstellbar, kann aber zum Beispiel im Zusammenhang mit mißbräuchlichem Verwenden der Statitstik doch zum Einsatz kommen, beispielsweise beim ungebührlichen Dehnen oder Strecken von Skaleneinteilungen, um Unterschiede zu übertreiben oder zu verschleiern. In einem Text könnte sich das derart niederschlagen, daß man die Schüler aktiv eine solche "Fälschung" vornehmen läßt:

"Schlage eine Einteilung auf der der y-Achse vor, mit deren Hilfe der vorhandene Unterschied a) besonders auffällig wird, b) vertuscht wird, und führe die entsprechende graphische Darstellung aus. Wer könnte an der einen oder anderen Form der Irreführung Interesse haben?"

Eine Aufgabe dieser Art ist auch im Rahmen einer Schularbeit vertretbar.

4. Beispiel:

Eine beliebige traditionelle Extremwertaufgabe kann mit folgenden Zusatzfragen versehen werden:

* Welche Art von Funktion stellt die Hauptbedingung dar?
* Welchen Kurvenverlauf hat diese Funktion?
* Welche Einschränkung des Wertebereiches ist für die gestellte Aufgabe sinnvoll? Begründe diese Einschränkungen.
* Gib die einzelnen Schritte einer Extremwertaufgabe an und begründe ihre Sinnhaftigkeit.

5. Beispiel:

"a) Erkläre in ca. 3 Sätzen, weshalb beim Integrieren einer algebraischen Funktion eine Konstante c addiert werden muß, wenn keine Integrationsgrenzen angegeben sind.
b) Erkläre, weshalb die Addition dieser Konstanten c entfällt, wenn bestimmte Integrationsgrenzen festgelegt werden."

5. Grundsätzliche Überlegungen zur "Mehrsprachigkeit" im Mathematikunterricht

Da durch den neuen Lehrplan die Sprache so sehr in den Vordergrund gerückt wird, ist es auch für uns Mathematiklehrer hilfreich, uns mit den Sprachproblemen der Schüler auseinanderzusetzen, soweit sie Relevantz für unseren Unterricht haben.

Im allgemeinen werden im Mathematikunterricht drei verschiedene "Sprachen" verwendet, die sich in ihren linguistischen Parametern wesentlich unterscheiden. Sie können mit

Fachsprache
Werkstattsprache
Alltagssprache

bezeichnet werden. Diese drei Sprachen unterscheiden sich sowohl durch ihre linguistischen Eigenschaften als auch durch ihre Einsatzgebiete.

Die F a c h s p r a c h e zeigt als wesentlichste Eigenschaften knappste Formulierungen, eine vollständig unpersönliche Ausdrucksweise, enthält viele Fachausdrücke, Abkürzungen und Symbole.

Die A l l t a g s s p r a c h e verwendet im Gegensatz dazu weitläufige Formulierungen, persönliche Anreden ("du" statt "man" oder "es"), verwendet Normen statt logischer Folgerungen (du "darfst...", du "mußt..." usw). Statt Abkürzungen und Symbolverwendung wird ausformuliert, Fachausdrücke werden umschrieben und es finden sich zahlreiche Rückverweise auf schon Gesagtes.

Die W e r k s t a t t s p r a c h e liegt in ihren linguistischen Eigenschaften zwischen diesen beiden genannten Sprachformen: Die Formulierungen sind nicht allzu knapp, sie ist persönlicher als die Fachsprache, verwendet zwar Normen, begündet sie aber logisch. Abkürzungen und Symbole werden zwar verwendet, aber auch erklärt.

Offensichtlich ist die Werkstattsprache diejenige Sprachform, die im Unterricht von Lehrern und Schülern am häufigsten verwendet wird. Sie unterscheidet sich von der Fachsprache vor allem in ihrer Verständlichkeit. Gut verständliche Texte sind (nach LANGER et al.)

1. s e h r einfach
2. s e h r gut gegliedert
3. n i c h t allzu kurz
4. k ö n n e n anregende Zusätze haben.

Diese vier Punkte sind zum Beispiel als Richtlinien für Schularbeitstexte gut verwendbar.

Die Anwendungen der drei Sprachformen im Unterricht haben folgende Schwerpunkte:

1. Fachsprache: für Definitionen
   im Lehrbuch
   (leider) bei Prüfungsfragen und Schularbeitstexten
2. Werkstattsprache: für das Unterrichtsgespräch
   a) beim Erarbeiten neuen Lehrstoffes, insbesondere beim fragend entwickelnder Unterricht
   b) bei Wiederholungen
3. Alltagssprache: bei Gespräche mit den Schülern ohne fachlichen Inhalt
   bei Erklärungen für Einzelschüler
   bei Partner- und Gruppenarbeit
   bei projektartigem Unterricht.

Diese Sprachformen müssen vom Lehrer natürlich nicht erst erlernt werden, sie werden selbstverständlich je nach Situation im Unterricht angewendet. Was vielleicht hilft, ist das Bewußtsein, vor allem bei Verständnisproblemen die Sprachebene wechseln zu können. Andererseits soll aber daran erinnert werden, daß das Erlernen der mathematischen Fachsprache Unterrichtsinhalt ist, daher seine Zeit und entsprechende Vorbereitung und Einübung durch den Schüler erfordert. Trotz aller Bemühungen auf Lehrerseite muß aber immer wieder damit gerechnet werden, daß die Fachsprache mit ihrer Symbolbeladenheit das Verständnis prinzipiell hemmt und daher "Rückfälle" von schon Verstandenem in Unverständnis vorkommen, wenn sie eingesetzt wird. Ich erinnere an den Schularbeitstext mit der Frage nach der gegenseitigen Lage zweier Ebenen, die plötztlich nicht mehr als unbegrenzte Objekte bewußt waren und zu falschen Antworten führten.

Die im 3. Abschnitt zitierten Antworten der Schüler der 6. Klasse können den genannten Sprachformen folgendermaßen zugeordnet werden:

Die 3. Antwort zum Thema "Ebenen" erscheint in Alltagssprache formuliert ("immer auf alle Fälle", "rauskommt", "automatisch". Alle anderen Antworten bleiben im Rahmen der Werkstattsprache.

6. Zusammenfassung

Zusammenfassend soll betont werden, daß der neue Lehrplan sowohl für die Unterstufe als auch für die Oberstufe neben der reinen Rechenarbeit sehr viel Gelegenheit gibt, das Verständnis der Schüler für die behandelten Themen zu vertiefen. Dieses Vertiefen des Verständnisses zeigt sich in entsprechenden Aufgabenstellungen, die a u c h von bisher traditionell eingesetzten Aufgabenstellungen ausgehen können und die einen deutlichen Schwerpunkt auf einer sprachlichen Metaebene haben. Die dabei auftretenden Schülerantworten verlangen vom Lehrer ein sicheres Umgehen mit den verschiedenen Sprachebenen des Mathematikunterrichts.

Literatur:

BÜRGER H., et al.L Mathematik AHS-Oberstufe Kommentar, österreichischer Bundesveralg Wien (1991)

GUILLERAULT, M., LABORDE, C.: über die Art der Bezeichnung mathematischer Objekte in der Sprache der Schüler. Journal für Mathematikdidaktik 2, Heft 3, 225-246 (1981)

LANGER, I. et al.: Sich verständlich ausdrücken. Ernst Reinhardt Verlag, München, Basel 1974

WANDRUSZKA, M.: Die Mehrsprachigkeit des Menschen. dtv 1723, München 1981

WINTER, H.: Umgangssprache - Fachsprache im Mathematikunterricht. In: Schriftenreihe des IDM 18. Universität Bielefeld 1978